

3^ο Κριτήριο αυτοαξιολόγησης

Εξεταστέα ύλη: Παράγωγος – Κανόνες παραγωγίσισης – Ρυθμοί μεταβολής

Χρόνος εξέτασης: 25 λεπτά

1. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ)

- α. Η παράγωγος $f'(x_0)$ μιας συνάρτησης f σ' ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, είναι ίση με το:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

Λ

- β. Η συνάρτηση $f(x) = |x|$ είναι συνεχής και παραγωγίσιμη στο $x_0 = 0$.

Λ

- γ. Η παράγωγος μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης $y = f(x)$ σε σημείο x_0 , εκφράζει το ρυθμό μεταβολής της y ως προς x , όταν $x = x_0$.

Σ

- δ. Αν το όριο:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

υπάρχει, τότε η f είναι παραγωγίσιμη στο x_0 του πεδίου ορισμού της.

Λ

- ε. Αν $f(x) = \sqrt{x}$, τότε ισχύει $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$.

Λ

2. Πολλαπλής επιλογής

- α. Μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, αν και μόνο αν:

- ι. Υπάρχει το:

$$\lim_{x_0 \rightarrow h} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

και είναι πραγματικός αριθμός.

ii. Υπάρχει το:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

iii. Υπάρχει το:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(h)}{h}$$

iv. Υπάρχει το:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

και είναι πραγματικός αριθμός

Σωστό είναι το iv

β. Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και $f(x_0) \neq 0$, τότε ισχύει:

$$\left(\frac{1}{f(x)} \right)' =$$

i. $\frac{1}{f'(x_0)}$

ii. $\frac{f'(x_0)}{f(x_0)}$

iii. $-\frac{f'(x_0)}{f(x_0)}$

iv. $-\frac{f'(x_0)}{f^2(x_0)}$

Σωστό είναι το iv

γ. Αν $S(t)$ είναι η θέση ενός κινητού που κινείται σε ευθεία, τότε το:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{S(t_0 + h) - S(t_0)}{h}$$

εκφράζει:

i. Τη στιγμιαία ταχύτητα του κινητού τη χρονική στιγμή $t = t_0$.

ii. Τη μέση ταχύτητα στο διάστημα $[t_0, t_0 + h]$.

iii. Τη μέση επιτάχυνση στο διάστημα $[t_0, t_0 + h]$.

iv. Τη στιγμιαία επιτάχυνση τη χρονική στιγμή $t = t_0$.

Σωστό είναι το i

δ. Αν $f(x) = x^5$, τότε:

i. $f'(5) = 5^5$ ii. $f'(5) = 5^4$ iii. $f'(5) = 5$

iv. $f'(1) = 1$

Σωστό είναι το i

ε. Αν $f(x) = \sqrt{x}$, τότε:

i. $f'(0) = 0$ ii. $f'(0) = 1$ iii. $f'(0) = \frac{1}{2}$

iv. Δεν ορίζεται το $f'(0)$

Σωστό είναι το iv

3. Αντιστοιχίστε κάθε τύπο συνάρτησης που είναι στη στήλη Α με τον τύπο της συνάρτησης της πρώτης παραγώγου που είναι στη στήλη Β.

Στήλη Α $f(x)$	Στήλη Β $f'(x)$
1. $x^2 + 3x + 1$	Α. $e^x \left(\ln x + \frac{1}{x} \right)$
2. $\frac{x^2 + 1}{x}$	Β. $e^x (\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x)$
3. $e^x \cdot \eta\mu x$	Γ. $e^x \cdot \frac{x-1}{x^2}$
4. $e^x \cdot \ln x$	Δ. $e^x (\ln x + 1)$
5. $\frac{e^x}{x}$	Ε. $\frac{e^x}{x^2}$
	ΣΤ. $1 - \frac{1}{x^2}$
	Ζ. $2x + 3$

Ισχύουν η αντιστοίχιση:

$1 \rightarrow \text{Ζ}, \quad 2 \rightarrow \text{ΣΤ}, \quad 3 \rightarrow \text{Β}, \quad 4 \rightarrow \text{Α}, \quad 5 \rightarrow \text{Γ}$

4. Κινητό Α κινείται στον ημιάξονα Ox με θετική φορά και θέση που δίνεται από τον τύπο:

$$x(t) = 5t \quad (x \text{ σε cm, } t \text{ σε sec})$$

Κινητό Β κινείται στον ημιάξονα Oy με θετική φορά και θέση που δίνεται από τον τύπο:

$$y(t) = 3t^2 \quad (y \text{ σε cm, } t \text{ σε sec})$$

Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής του εμβαδού του ορθογωνίου που έχει πλευρές τις OA και OB τη χρονική στιγμή $t = 2\text{sec}$, επιλέγοντας μια από τις παρακάτω προτεινόμενες απαντήσεις:

α. $45 \text{ cm}^2/\text{s}$

β. $180 \text{ cm}^2/\text{s}$

γ. $90 \text{ cm}^2/\text{s}$

δ. $360 \text{ cm}^2/\text{s}$

Σωστό είναι το β.