

8^ο ΜΑΘΗΜΑ**2.2. ΕΝΟΤΗΤΑ****ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ****ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΩΝ****ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ**

Σκοπός

Σκοπός της ενότητας αυτής είναι να παρουσιάσει σύντομα αλλά περιεκτικά τους τρόπους με τους οποίους παρουσιάζονται τα στατιστικά δεδομένα.


Προσδοκώμενα αποτελέσματα

Όταν έχετε μελετήσει την ενότητα αυτή θα πρέπει να μπορείτε:

- ✦ Να εντοπίζετε σε κάθε πίνακα τον τίτλο, τις επικεφαλίδες και το κύριο σώμα.
- ✦ Να μελετάτε τους πίνακες στατιστικών δεδομένων
- ✦ Να κατασκευάζετε πίνακες στατιστικών δεδομένων.

ΠΙΝΑΚΕΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

★ Τι περιέχουν οι **γενικοί πίνακες** στατιστικών δεδομένων και τι οι **ειδικοί;**

Απάντηση:

Οι **γενικοί πίνακες** περιέχουν όλες τις πληροφορίες που προκύπτουν από μια στατιστική έρευνα και αποτελούν πηγές στατιστικών πληροφοριών στη διάθεση των επιστημόνων – ερευνητών για παραπέρα ανάλυση και εξαγωγή συμπερασμάτων.

Οι **ειδικοί πίνακες** περιέχουν και αυτοί πληροφορίες από μια στατιστική έρευνα, αλλά είναι πιο συνοπτικοί και σαφείς. Τα στοιχεία τους συνήθως λαμβάνονται από τους γενικούς πίνακες.

★ Τι πρέπει να περιέχει ένας πίνακας στατιστικών δεδομένων ώστε να είναι σωστά κατασκευασμένος;

Απάντηση:

Κάθε πίνακας που έχει κατασκευαστεί σωστά περιέχει:

- α. Τον **τίτλο** που γράφεται στο πάνω μέρος και δηλώνει με σαφήνεια και συνοπτικά το περιεχόμενο του πίνακα.
- β. Τις **επικεφαλίδες** των γραμμών και των στηλών, που δείχνουν συνοπτικά τη φύση και τις μονάδες μέτρησης των δεδομένων.
- γ. Το **κύριο σώμα**, που περιέχει διαχωρισμένα μέσα στις γραμμές και στις στήλες τα στατιστικά δεδομένα.
- δ. Την **πηγή**, που γράφεται στο κάτω μέρος του πίνακα και δείχνει την προέλευση των στατιστικών στοιχείων, έτσι ώστε ο αναγνώστης να ανατρέχει σ' αυτήν για επαλήθευση στοιχείων ή για λήψη περισσότερων πληροφοριών.

ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ

◊ Οι παρακάτω ερωτήσεις (α ως η) αφορούν ένα δείγμα μεγέθους n , του οποίου εξετάζουμε μια μεταβλητή X η οποία παίρνει τιμές x_1, x_2, \dots, x_k , $k \leq n$.

- α. Τι ονομάζεται (απόλυτη) **συχνότητα** v_i της τιμής x_i ($i=1,2,\dots,k$);

Απάντηση:

Συχνότητα v_i της τιμής x_i είναι ένας φυσικός αριθμός που δείχνει πόσες φορές εμφανίζεται η τιμή x_i της εξεταζόμενης μεταβλητής X στο σύνολο των παρατηρήσεων.

- β. Με τι ισούται το άθροισμα όλων των συχνοτήτων;

Απάντηση:

Το άθροισμα όλων των συχνοτήτων v_i , $i=1,2,\dots,k$ ισούται με το μέγεθος του δείγματος. Δηλαδή:

$$v_1 + v_2 + \dots + v_k = n$$

Παρατήρηση:

Το **άθροισμα** $v_1 + v_2 + \dots + v_k$ γράφεται συνοπτικά:

$$\sum_{i=1}^k v_i \quad \text{άρα} \quad \boxed{\sum_{i=1}^k v_i = v}$$

γ. Τι ονομάζεται **αθροιστική συχνότητα** N_i της τιμής x_i

Απάντηση:

Η **αθροιστική συχνότητα** της τιμής x_i είναι ίση με το πλήθος των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες ή ίσες της τιμής x_i . Δηλαδή:

$$\text{Αν } x_1 < x_2 < \dots < x_k \quad \text{τότε} \quad N_i = v_1 + v_2 + \dots + v_i$$

Παρατηρήσεις:

1. Η αθροιστική συχνότητα αφορά **μόνο ποσοτικές μεταβολές**, διότι στις ποιοτικές μεταβλητές δεν υπάρχει διάταξη τιμών.

2. Ισχύουν:

$$N_1 = v_1, \quad N_2 = v_1 + v_2 = N_1 + v_2, \quad \dots,$$

$$N_i = v_1 + v_2 + \dots + v_i = N_{i-1} + v_i, \quad i = 1, 2, \dots, k$$

Προφανώς ισχύει $N_k = V$. Από τα παραπάνω προκύπτει ότι:

$$\boxed{N_i - N_{i-1} = v_i}$$

δ. Τι ονομάζεται **σχετική συχνότητα** f_i της τιμής x_i ;

Απάντηση:

Σχετική συχνότητα f_i της τιμής x_i λέγεται το πηλίκο της συχνότητας v_i της τιμής x_i προς το μέγεθος του δείγματος. Άρα:

$$\boxed{f_i = \frac{v_i}{v}}$$

Παρατήρηση:

Συνήθως οι σχετικές συχνότητες f_i εκφράζονται επί τοις εκατό και συμβολίζονται με $f_i \%$. Δηλαδή ισχύει:

$$\boxed{f_i \% = 100 \cdot f_i}$$

- ε. Να δείξετε ότι:
- i. $0 \leq f_i \leq 1$ για $i = 1, 2, \dots, \kappa$
 - ii. $f_1 + f_2 + \dots + f_\kappa = 1$

Απόδειξη:

- i. Επειδή $v_i \geq 0$ και $v > 0$, έχουμε:

$$f_i = \frac{v_i}{v} \geq 0$$

Όμως $v_i \leq v$, άρα $f_i = \frac{v_i}{v} \leq 1$ με συνέπεια:

$$0 \leq f_i \leq 1$$

- ii.

$$f_1 + f_2 + \dots + f_\nu = \frac{v_1}{v} + \frac{v_2}{v} + \dots + \frac{v_\kappa}{v} = \frac{v_1 + v_2 + \dots + v_\kappa}{v} = \frac{v}{v} \Rightarrow$$

$$f_1 + f_2 + \dots + f_\nu = 1$$

Παρατηρήσεις:

1. Συνοπτικά:

$$\sum_{i=1}^{\kappa} f_i = 1$$

2. Αν οι σχετικές συχνότητες εκφράζονται επί τοις εκατό, ισχύει:

$$f_1 \% + f_2 \% + \dots + f_\kappa \% = 100$$

Συνοπτικά:

$$\sum_{i=1}^{\kappa} f_i \% = 100$$

- στ. Τι ονομάζεται **αθροιστική σχετική συχνότητα** F_i της τιμής x_i ;

Απάντηση:

Η **αθροιστική σχετική συχνότητα** F_i της τιμής x_i , με το ποσοστό των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες ή ίσες της τιμής x_i .

Αν $x_1 < x_2 < \dots < x_\kappa$ τότε $F_i = f_1 + f_2 + \dots + f_i$, $i = 1, 2, \dots, \nu$

Παρατηρήσεις:

1. Η αθροιστική σχετική συχνότητα F_i αφορά **μόνο ποσοτικές μεταβλητές**.

2. Ισχύουν:

$$F_1 = f_1, \quad F_2 = f_1 + f_2 = F_1 + f_2, \dots, \quad F_i = f_1 + f_2 + \dots + f_i = F_{i-1} + f_i$$

με $i = 1, 2, \dots, \kappa$. Προφανώς έχουμε:

$$F_\kappa = 1$$

Από τα παραπάνω, εξάγεται ότι:

$$F_i - F_{i-1} = f_i$$

3. Αν οι σχετικές συχνότητες εκφράζονται επί τοις εκατό, ισχύουν:

$$F_i \% = f_1 \% + f_2 \% + \dots + f_i \%, \quad F_i \% - F_{i-1} \% = f_i \%, \quad F_\kappa \% = 100$$

ζ. Τι είναι ο **πίνακας κατανομής συχνοτήτων** μιας μεταβλητής X ;

Απάντηση:

Οι ποσότητες x_i, v_i, f_i για ένα δείγμα συγκεντρώνονται σ' ένα συνοπτικό πίνακα που ονομάζεται **πίνακας κατανομής συχνοτήτων** ή απλά **πίνακας συχνοτήτων**.

η. Τι ονομάζεται κατανομή συχνοτήτων και τι κατανομή σχετικών συχνοτήτων;

Απάντηση:

Κατανομή συχνοτήτων μιας μεταβλητής X , λέγεται το σύνολο των ζευγών:

$$(x_i, v_i), \quad i = 1, 2, \dots, \kappa$$

Κατανομή σχετικών συχνοτήτων λέγεται το σύνολο των ζευγών:

$$(x_i, f_i) \quad \text{ή} \quad (x_i, f_i \%), \quad i = 1, 2, \dots, \kappa$$

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ

***** Τι είναι το **ραβδόγραμμα** και πότε αυτό χρησιμοποιείται;

Απάντησή

Το ραβδόγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας ποιοτικής μεταβλητής.

Αποτελείται από ορθογώνιες στήλες που οι βάσεις τους βρίσκονται πάνω στον οριζόντιο ή τον κατακόρυφο άξονα. Σε κάθε τιμή της μεταβλητής X αντιστοιχεί μια ορθογώνια στήλη με ύψος ίσο με την αντίστοιχη συχνότητα, αν πρόκειται για ραβδόγραμμα συχνοτήτων. Στο ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων το ύψος της ορθογώνιας στήλης είναι ίσο με την αντίστοιχη σχετική συχνότητα.

***** Τι είναι το **διάγραμμα συχνοτήτων** και πότε αυτό χρησιμοποιείται;

Απάντηση:

Το διάγραμμα συχνοτήτων χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας ποσοτικής διακριτής μεταβλητής. Στον οριζόντιο άξονα τοποθετούμε τις τιμές της μεταβλητής X σε αύξουσα σειρά ($x_1 < x_2 < \dots < x_k$) και σε κάθε τιμή φέρνουμε μια γραμμή παράλληλη στον κατακόρυφο άξονα με ύψος ίσο με τη συχνότητα της μεταβλητής.

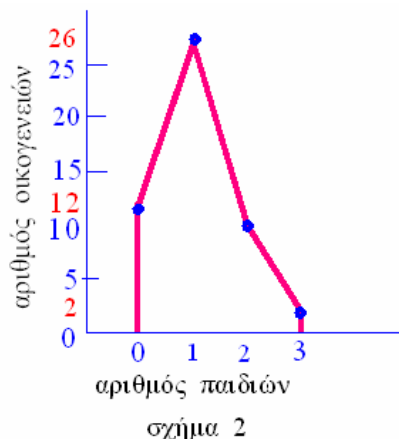
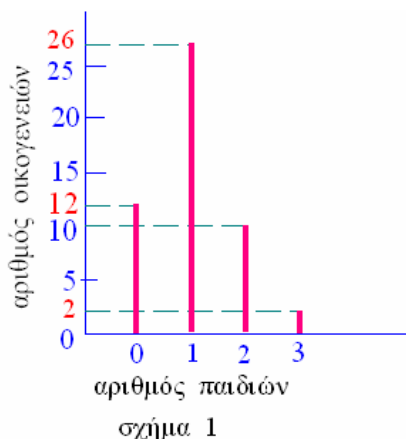
Παρατηρήσεις:

1. Ενώνοντας τα σημεία (x_i, v_i) (δηλαδή τις κορυφές των κατακόρυφων γραμμών που φέραμε) έχουμε το **πολύγωνο συχνοτήτων**
2. **Ανάλογα κατασκευάζουμε διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων και πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων.** Στο διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων το ύψος των γραμμών είναι ίσο με f_i , ενώ για να κατασκευάσουμε το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων ενώνουμε τα σημεία (x_i, f_i)

Παράδειγμα:

Σε μια έρευνα, για τον αριθμό των παιδιών σε 50 οικογένειες, τα αποτελέσματα ήταν τα εξής:

0	παιδιά	είχαν	12	οικογένειες
1	παιδί	είχαν	26	οικογένειες
2	παιδιά	είχαν	10	οικογένειες
3	παιδιά	είχαν	2	οικογένειες



****** Τι είναι το κυκλικό διάγραμμα και πότε αυτό χρησιμοποιείται;

Απάντηση:

Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση τόσο ποιοτικών όσο και ποσοτικών μεταβολών.

Το κυκλικό διάγραμμα είναι ένας κυκλικός δίσκος χωρισμένος σε κυκλικούς τομείς τα τόξα των οποίων (άρα και τα εμβαδά) είναι ανάλογα προς τις συχνότητες v_i ή τις σχετικές συχνότητες f_i των τιμών x_i της μεταβλητής.

Αν συμβολίσουμε με α_i την τιμή του τόξου, σε μοίρες, που αντιστοιχεί στην τιμή x_i , τότε:

$$\alpha_i = v_i \cdot \frac{360^\circ}{V} = \frac{v_i}{V} \cdot 360^\circ = f_i \cdot 360^\circ, \quad i = 1, 2, \dots, \kappa$$

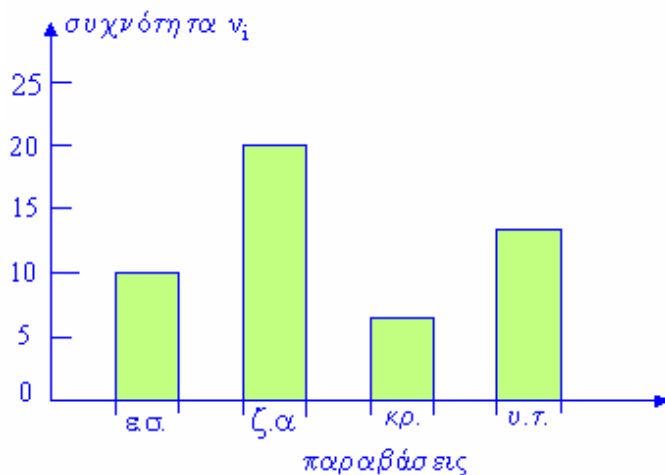
Παράδειγμα:

Από τις 50 παραβάσεις που κατέγραψε κλιμάκιο της τροχαίας σε συγκεκριμένο σημείο οι 10 αφορούσαν σε παραβίαση ερυθρού σηματοδότη, οι 20 δεν φορούσαν ζώνη ασφαλείας, 7 δεν φορούσαν κράνος και οι υπόλοιπες αφορούσαν στην υπερβολική ταχύτητα.

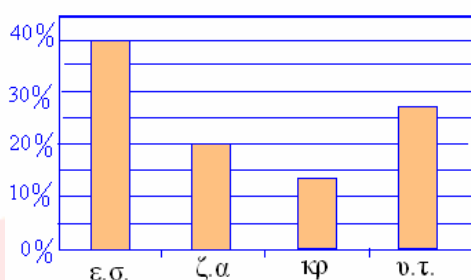
Ο πληθυσμός είναι οι οδηγοί αυτοκινήτων και μοτοσικλετών. Το χαρακτηριστικό (μεταβλητή) που εξετάζουμε είναι οι παραβάσεις, επομένως είναι ποιοτική μεταβλητή και οι τιμές που παίρνει είναι:

- ★ ε.σ. Ερυθρός σηματοδότης 10 παραβάσεις
- ★ ζ.α. Ζώνη ασφαλείας 20 παραβάσεις
- ★ κρ. Κράνος 7 παραβάσεις
- ★ υ.τ. Υπερβολική ταχύτητα 13 παραβάσεις

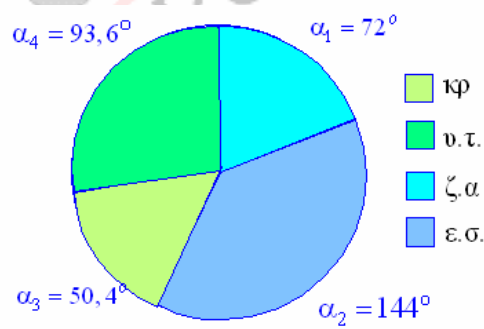
Το ραβδόγραμμα συχνοτήτων φαίνεται στο σχήμα 1. Τα ύψη των ορθογωνίων είναι ίσα με τις συχνότητες των τιμών της μεταβλητής.



Σχήμα 1



σχήμα 3



σχήμα 4

Το ραβδόγραμμα των σχετικών συχνοτήτων φαίνεται στο σχήμα 3. Τα ύψη των ορθογωνίων είναι ίσα με τα ύψη των αντίστοιχων σχετικών συχνοτήτων.

Στο σχήμα 4 φαίνεται το κυκλικό διάγραμμα, όπου έχουμε:

$$\alpha_1 (\text{ε.σ.}) = \frac{10}{50} \cdot 360^\circ = 72^\circ$$

$$\alpha_2 (\text{ζ.α.}) = \frac{20}{50} \cdot 360^\circ = 144^\circ$$

$$\alpha_3 (\text{κρ}) \frac{7}{50} \cdot 360^\circ = 50,4^\circ$$

$$\alpha_4 (\text{υ.τ.}) \frac{13}{50} \cdot 360^\circ = 93,6^\circ$$

*
* Τι είναι το σημειόγραμμα και πότε αυτό χρησιμοποιείται;

Απάντηση:

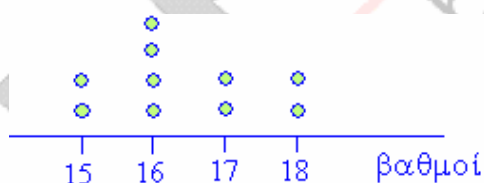
Το σημειόγραμμα χρησιμοποιείται όταν ο αριθμός των παρατηρήσεων είναι μικρός. Σ' αυτό οι τιμές παριστάνονται με σημεία πάνω από τον οριζόντιο άξονα των τιμών της μεταβλητής.

Παράδειγμα:

Οι βαθμοί 10 μαθητών στο μάθημα της αστρονομίας, ήταν:

16, 18, 16, 15, 16, 17, 17, 18, 16, 15

Το αντίστοιχο σημειόγραμμα είναι:



*
* Τι είναι χρονόγραμμα ή χρονολογικό διάγραμμα και πότε αυτό χρησιμοποιείται;

Απάντηση

Το χρονόγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική απεικόνιση της διαχρονικής εξέλιξης ενός μεγέθους (οικονομικού, δημογραφικού κ.α.). Συνήθως ο οριζόντιος άξονας είναι ο άξονας μέτρησης του χρόνου ενώ κάθετος είναι ο άξονας μέτρησης της τιμής του μεγέθους που εξετάζουμε.

Παράδειγμα:

Η τιμή της μετοχής της εταιρείας ΦΟΥΣΚΑ Α.Ε. από το Ιανουάριο ως τον Ιούλιο του 2007 ήταν:

Ιαν.	φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαϊ	Ιουν.	Ιουλ.	του 2007
2,3	2,6	2,5	2,4	1,9	2,1	2,3	σε Euro

Το αντίστοιχο χρονόγραμμα που απεικονίζει την εξέλιξη της μετοχής είναι:

