

Εξέταση στήν Στατιστική

1.a. Νά δοθούν οί ορισμοί τής διαμέσου καί τής διακύμανσης μιάς κατανομής μή-ομαδοποιημένων δεδομένων.

5 μονάδες

β. Νά γράψετε δίπλα σέ κάθε λατινικό αριθμό i), ii), iii), τό σύμβολο **A** ή **Ψ**, ανάλογα, μέ τό άν οί παρακάτω προτάσεις είναι αληθείς ή ψευδείς:

- Δύο δείγματα ίσου πλήθους, από τόν ίδιο πληθυσμό καί μέ ίδια τυπική απόκλιση έχουν τόν ίδιο βαθμό ομοιογένειας.
- Σέ μιά κανονική κατανομή η μέση τιμή καί η διάμεσος πάντοτε ταυτίζονται.
- Άν σέ ένα δείγμα η διακύμανση είναι $s^2 = 1,44$ καί η μέση τιμή είναι $\bar{x} = 0,25$, τότε τό δείγμα είναι ομοιογενές.

10 μονάδες

γ. Νά αντιγραφεί καί νά συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας συχνοτήτων v_i , σχετικών συχνοτήτων f_i , αθροιστικών συχνοτήτων N_i καί αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων F_i .

μεταβλητή x_i	συχνότητα v_i	σχετ. συχν f_i	αθροιστ. συχν N_i	αθρ. σχ. συχν F_i
x_1				0,12
x_2				0,3
x_3		0,15		
x_4		0,15		
x_5	320			
ΣΥΝΟΛΟ				

15 μονάδες

2.a. Οί μαθητές δύο τμημάτων **A** καί **B** μιάς τάξης λυκείου έχουν μέσους όρους επίδοσης στά Μαθηματικά $\bar{x}_A = 14,5$ καί $\bar{x}_B = 16$, αντίστοιχα. Τά δύο τμήματα συγχωνεύονται σέ ένα νέο τμήμα 30 μαθητών, μέ μέσο όρο επίδοσης στά Μαθηματικά τό 15,3. Νά βρεθεί ο αριθμός τών μαθητών σέ καθένα από τά αρχικά τμήματα **A** καί **B**.

15 μονάδες

β. Σ' ένα δείγμα 200 μετρήσεων οί τιμές τής μεταβλητής είναι οί τρεις αριθμοί 0 1 καί 2. Άν η μέση τιμή τού δείγματος είναι $\bar{x} = 1,275$ καί η διάμεσός του είναι $\delta = 1,5$, νά βρεθούν οί συχνότητες τών τιμών τής μεταβλητής.

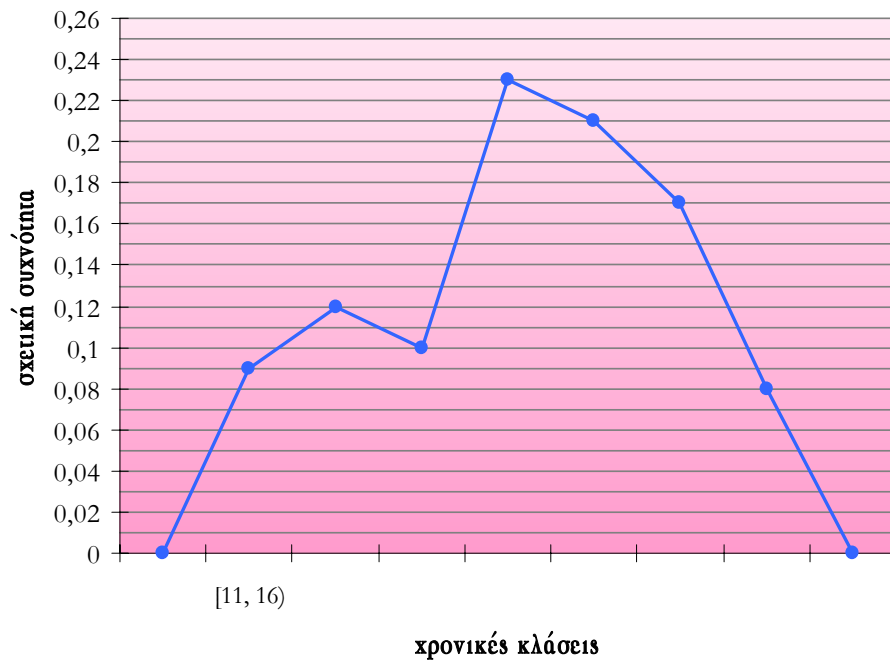
15 μονάδες

3. Δύο δείγματα για τά ύψη τών ενηλίκων Ελλήνων καί για τά ύψη τών ενηλίκων Σουηδών έχουν κανονικές κατανομές, στίς οποίες τό 50 %, περίπου, τών Ελλήνων έχει ύψος πάνω από 175 cm, ενώ, από αυτό τό ποσοστό, τό 47,5 %, περίπου, έχει ύψος μέχρι 195 cm. Επίσης τό 99,7 %, περίπου, τών Σουηδών έχει ύψος πού κυμαίνεται μεταξύ 142,5 cm καί 217,5 cm.

Νά βρεθεί ποιο από τά δύο δείγματα είναι περισσότερο ομοιογενές.

20 μονάδες

4. Στο διάγραμμα δίνεται η πολυγωνική γραμμή σχετικών συχνοτήτων ενός δείγματος ομαδοποιημένων δεδομένων σε 7 κλάσεις ίσου πλάτους. Νά βρεθεί η μέση τιμή και η διάμεσος του δείγματος.



20 μονάδες

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ 2 ΩΡΕΣ
-Χωρίς την χρήση υπολογιστικής μηχανής-

Λύσεις Θεμάτων

1. β. i) Ψευδής ii) Αληθής iii) Ψευδής ✓

γ.

μεταβλητή x_i	συχνότητα v_i	οχει. συχν f_i	αθροιστ. συχν N_i	αθρ. οκ. συχν F_i
x_1	96	0,12	96	0,12
x_2	144	0,18	240	0,3
x_3	120	0,15	360	0,45
x_4	120	0,15	480	0,60
x_5	320	0,4	800	1
ΣΥΝΟΛΟ	800	1		

2.α. Ισχύουν: $\bar{x}_A = \frac{1}{k} \cdot \sum_{i=1}^k t_i = 14,5 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^k t_i = 14,5k$ ❶.

$\bar{x}_B = \frac{1}{\lambda} \cdot \sum_{i=1}^{\lambda} t_{k+i} = 16 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{\lambda} t_{k+i} = 16\lambda$ ❷.

$k + \lambda = 30$ ❸.

$\bar{x} = \frac{1}{30} \cdot \sum_{i=1}^{30} t_i = 15,3 \xrightarrow{❸} \sum_{i=1}^{k+\lambda} t_i = 15,3 \cdot 30 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^k t_i + \sum_{i=1}^{\lambda} t_{k+i} = 459 \xrightarrow{❶, ❷}$

$14,5k + 16\lambda = 459 \xrightarrow{❸} 14,5k + 16(30 - k) = 459 \Leftrightarrow -1,5k + 480 = 459 \Leftrightarrow 1,5k = 21 \Leftrightarrow$

$k = 14 \xrightarrow{❸} \lambda = 30 - 14 = 16. \checkmark$

β. Ισχύουν: $\delta = 1,5 = \frac{1+2}{2} \Rightarrow v_3 = 100$, αφού αν διαταχθούν οι μετρήσεις, τότε όλες οι μετρήσεις, από την 100η θέση και πάνω ισούνται με 2.

Επίσης $\bar{x} = \frac{1}{200} \cdot (v_1 \cdot 0 + v_2 \cdot 1 + v_3 \cdot 2) \Leftrightarrow 1,275 = \frac{1}{200} \cdot (v_2 + 100 \cdot 2) \Leftrightarrow 200 \cdot 1,275 = v_2 + 200 \Leftrightarrow$
 $255 = v_2 + 200 \Leftrightarrow v_2 = 55.$

Επομένως $v_1 = 200 - v_2 - v_3 \Leftrightarrow v_1 = 200 - 55 - 100 \Leftrightarrow v_1 = 45. \checkmark$

3. Επειδή η κατανομή για το ύψος των ενηλίκων Ελλήνων είναι κανονική και το 50 %, περίπου, των Ελλήνων έχει ύψος πάνω από 175 cm, έπεται ότι η μέση τιμή του ύψους τους είναι $\bar{x}_E = 175$.

Επίσης, επειδή από αυτό το ποσοστό, το 47,5 %, περίπου, που βρίσκεται στο διάστημα $[\bar{x}_E, \bar{x}_E + 2s_E]$ της κατανομής, έχει ύψος μέχρι 195 cm, ισχύει: $2s_E = 195 - 175 \Leftrightarrow s_E = 10$, όπου s_E η τυπική απόκλιση της κατανομής.

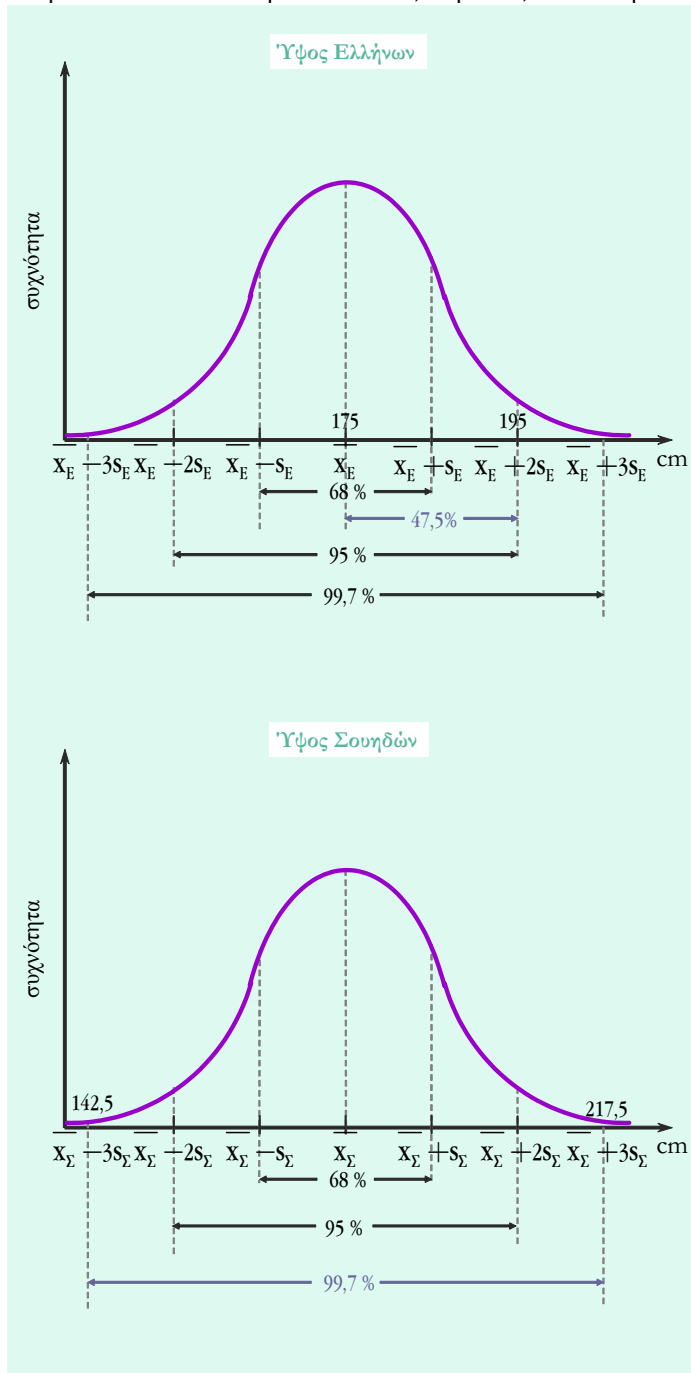
$$CV_E = \frac{s_E}{\bar{x}_E} = \frac{10}{175} = 0,0571428 \cong 5,7143\%$$

Επειδή η κατανομή για το ύψος των ενηλίκων Σουηδών είναι κανονική και το 99,7 %, περίπου, των Σουηδών, που βρίσκεται στο διάστημα $[\bar{x}_\Sigma - 3s_\Sigma, \bar{x}_\Sigma + 3s_\Sigma]$ της κατανομής, έχει ύψος που κυμαίνεται μεταξύ 142,5 cm και 217,5 cm,

$$\text{ισχύουν: } \begin{cases} \bar{x}_\Sigma - 3s_\Sigma = 142,5 \\ \bar{x}_\Sigma + 3s_\Sigma = 217,5 \end{cases} \Leftrightarrow$$

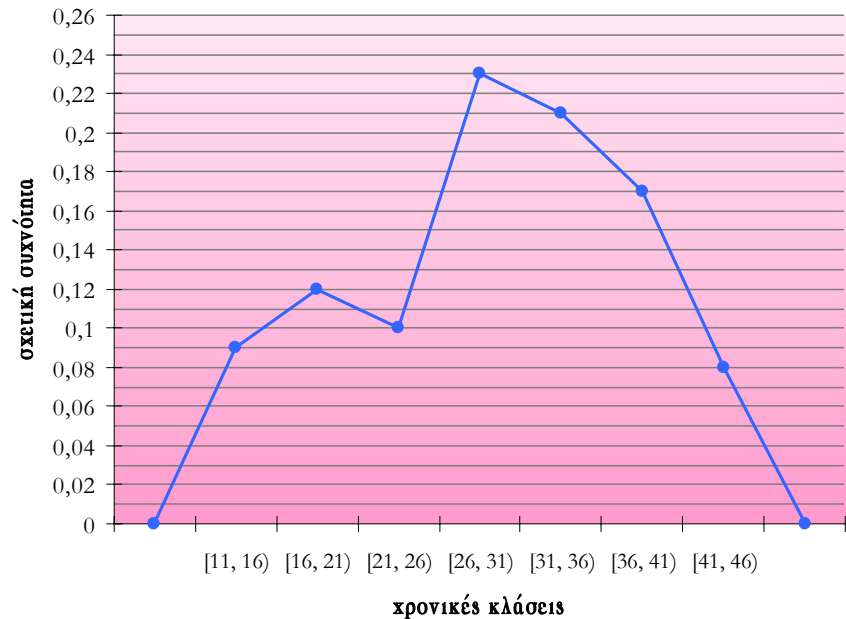
$$\begin{cases} \bar{x}_\Sigma + 3s_\Sigma + \bar{x}_\Sigma - 3s_\Sigma = 217,5 + 142,5 \\ \bar{x}_\Sigma + 3s_\Sigma - \bar{x}_\Sigma + 3s_\Sigma = 217,5 - 142,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\bar{x}_\Sigma = 360 \\ 6s_\Sigma = 75 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \bar{x}_\Sigma = 180 \\ s_\Sigma = 12,5 \end{cases}$$

$$CV_\Sigma = \frac{s_\Sigma}{\bar{x}_\Sigma} = \frac{12,5}{180} = 0,0694 \cong 6,944\%$$



Άρα το δείγμα των Ελλήνων είναι περισσότερο ομοιογενές, από αυτό των Σουηδών. ✓

$$4. \bar{x} = \sum_{i=1}^7 f_i \cdot x_i = 13,5 \cdot 0,09 + 18,5 \cdot 0,12 + 23,5 \cdot 0,1 + 28,5 \cdot 0,23 + 33,5 \cdot 0,21 + 38,5 \cdot 0,17 + 43,5 \cdot 0,08 = 29,4.$$



Γιά τήν εύρεση τής διαμέσου δ , χρησιμοποιούμε τό ιστόγραμμα αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων.

Από τά όμοια τρίγωνα \triangle $\Gamma \Delta E$

καί \triangle $\Gamma A B$, προκύπτει

$$\frac{\overline{\Delta E}}{\overline{A B}} = \frac{\overline{\Gamma \Delta}}{\overline{A \Gamma}} \Leftrightarrow$$

$$\frac{\overline{\Delta E}}{5} = \frac{0,5 - 0,31}{0,54 - 0,31} \Leftrightarrow$$

$$\overline{\Delta E} = 5 \cdot \frac{0,19}{0,23} \Leftrightarrow$$

$$\overline{\Delta E} = 4,130434783 \cong 4,13 \Rightarrow$$

$$\delta = 26 + \overline{\Delta E} = 26 + 4,13 = 30,13. \# \checkmark$$

