

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ – ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΚΑΙ ΝΟΜΟΙ


Νόμος του Ohm : $i = \frac{v}{R}$ Ισχύς $p = v \cdot i = \frac{v^2}{R} = i^2 R$


Νόμοι του Kirchhoff


α) Νόμος ρευμάτων : Το αλγεβρικό άθροισμα όλων των ρευμάτων που συναντιούνται σε ένα (κοινό) κόμβο είναι μηδέν.

Δηλαδή $\sum_{n=1}^k i_n = 0$

β) Νόμος τάσεων : Το αλγεβρικό άθροισμα των διαφορών δυναμικού (τάσεων) κατά μήκος μιας κλειστής διαδρομής (βρόχου) είναι μηδέν. Δηλαδή $\sum_{i=1}^k V_i = 0$

Αντίσταση (R) : $V_R = R \cdot i$ 

Πηνίο (L) : $V_L = L \frac{di_L}{dt}$ 

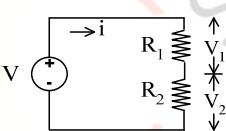
Πυκνωτής (C) : $i_c = C \frac{dV_C}{dt}$ 

	Συνδεσμολογία	
	σε σειρά	παράλληλα
Αντιστάσεις	$R = R_1 + R_2 + \dots$	$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$
Πηνία	$L = L_1 + L_2 + \dots$	$\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots$
Πυκνωτές	$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$	$C = C_1 + C_2 + \dots$
Μιγαδικές αντιστάσεις	$Z = Z_1 + Z_2 + \dots$	$\frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \dots$
Πηγές τάσης	$v = v_1 + v_2 + \dots$ αλγεβρικό άθροισμα	$v = v_1 = v_2 = \dots$
Πηγές ρεύματος	$i = i_1 = i_2 = \dots$	$i = i_1 + i_2 + \dots$ αλγεβρικό άθροισμα

Διαιρέτης τάσης

(πρόκειται για συνδεσμολογία αντιστάσεων σε σειρά)

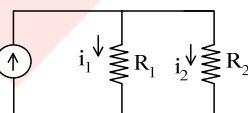
$V_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V$, $V_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V$



Διαιρέτης ρεύματος

(πρόκειται για συνδεσμολογία αντιστάσεων παράλληλα)

$i_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i$, $i_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i$

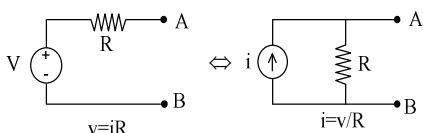


Παρατήρηση : Όλοι οι νόμοι, οι αρχές, τα θεωρήματα ισχύουν και στη γενικότερη περίπτωση των μιγαδικών σύνθετων αντιστάσεων.

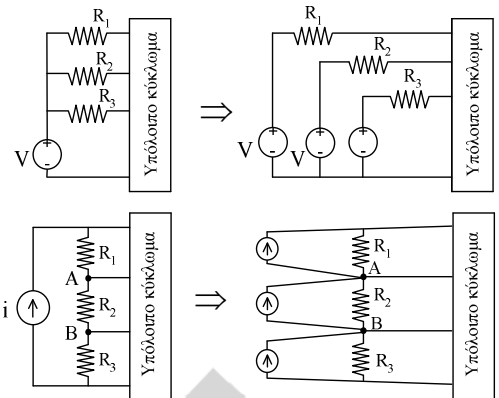
2. ΘΕΜΕΛΙΩΔΗ ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΑΡΧΕΣ

Αρχή ισοδυναμίας στα κυκλώματα

Μετατροπή πηγής τάσης σε πηγή ρεύματος και αντίστροφα.

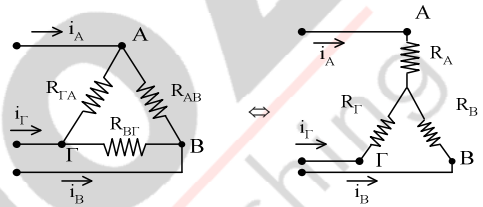


Τεχνάσματα κατά την επίλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων



Θεώρημα Kenelly

Μετασχηματισμός τριγώνου αντιστάσεων σε αριστερά και το αντίστροφο.



$$R_{AB} = \frac{R_A R_B + R_B R_C + R_C R_A}{R_C}$$

$$R_{BC} = \frac{R_A R_B + R_B R_C + R_C R_A}{R_A}$$

$$R_{CA} = \frac{R_A R_B + R_B R_C + R_C R_A}{R_B}$$

$$R_A = \frac{R_{AB} \cdot R_{CA}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}$$

$$R_B = \frac{R_{AB} \cdot R_{BC}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}$$

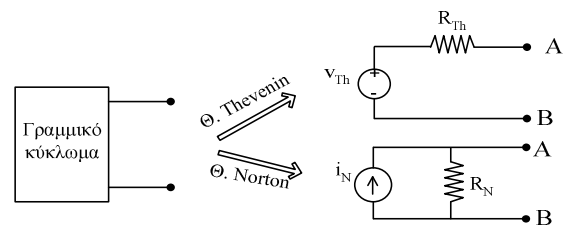
$$R_C = \frac{R_{BC} \cdot R_{CA}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}$$

Αρχή της επαλληλίας (ή υπέρθεσης)

Το ρεύμα ή η τάση σε οποιοδήποτε κλάδο ενός γραμμικού κυκλώματος που περιέχει (στη γενική περίπτωση) ανεξάρτητες και εξαρτημένες πηγές (τάσης ή ρεύματος) μπορεί να θεωρηθεί ως αλγεβρικό άθροισμα των επιμέρους τάσεων ή ρευμάτων που θα παρήγαγε στον κλάδο κάθε μια από τις ανεξάρτητες πηγές όταν ενεργήσει μόνη της στο κύκλωμα παρουσία όλων των εξαρτημένων πηγών.

Θεωρήματα Thevenin και Norton

Κάθε γραμμικό κύκλωμα δυο ανοικτών ακροδεκτών, μπορεί να αντικατασταθεί από μια ανεξάρτητη πηγή τάσης σε σειρά με μια αντίσταση (θεώρημα Thevenin) ή από μια ανεξάρτητη πηγή ρεύματος παράλληλη με την ίδια αντίσταση (θεώρημα Norton).



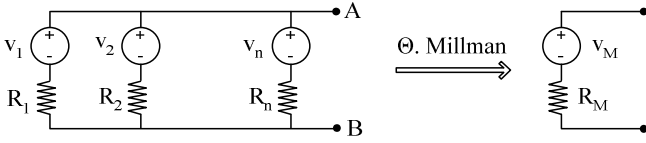
Είναι $i_N = \frac{V_{Th}}{R_{Th}}$ και $R_N = R_{Th}$

Όπου v_{Th} : τάση ανοικτού κυκλώματος μεταξύ των ακροδεκτών A, B.
 i_N : ρεύμα βραχυκυκλώματος μεταξύ των ακροδεκτών A, B.

$R_{Th} = R_N$: αντίσταση του γραμμικού κυκλώματος μεταξύ των ακροδεκτών A και B όταν μηδενιστούν όλες οι ανεξάρτητες πηγές του (δηλαδή βραχυκύκλωμα όλες οι ανεξάρτητες πηγές τάσης και ανοικτό κύκλωμα όλες οι ανεξάρτητες πηγές ρεύματος).

Θεώρημα Millman

Έστω ένα γραμμικό κύκλωμα το οποίο αποτελείται από παράλληλους κλάδους με άκρα τα σημεία A, B (χωρίς ενδιάμεσες διακλαδώσεις ή συνδέσεις). Κάθε κλάδος περιέχει ανεξάρτητη πηγή τάσης σε σειρά με αντίσταση. Το κύκλωμα αυτό μπορεί να αντικατασταθεί από μια ανεξάρτητη πηγή τάσης v_M σε σειρά με μια αντίσταση R_M .



$$\text{όπου } v_M = \frac{\frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} + \dots + \frac{v_n}{R_n}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}} \quad R_M = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}}$$

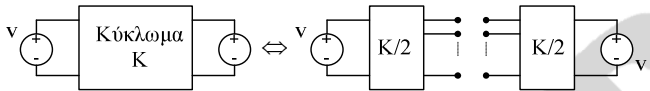
Παρατήρηση : Αν κάποια πηγή έχει αντίθετη πολικότητα τότε ο αντίστοιχος όρος του αριθμητή της v_M έχει αρνητικό πρόσημο (-).

Συμμετρικά κυκλώματα

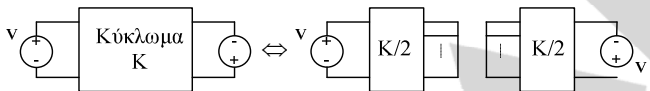
Η συμμετρία ενός κυκλώματος διευκολύνει σε μεγάλο βαθμό τη λύση ενός προβλήματος αν γίνει χρήση της με κατάλληλο τρόπο.

Διακρίνουμε τις περιπτώσεις :

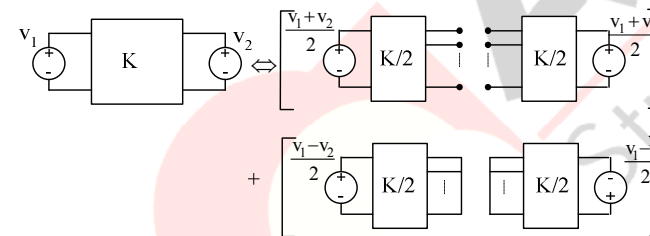
1. Κυκλώματα με κατακόρυφη συμμετρία και συμμετρική διέγερση.



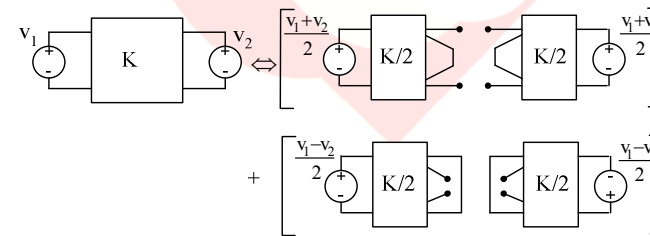
2. Κυκλώματα με κατακόρυφη συμμετρία και αντισυμμετρική διέγερση.



3. Κυκλώματα με κατακόρυφη συμμετρία και τυχαία διέγερση.

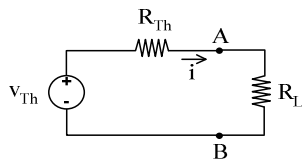


4. Κυκλώματα με κατακόρυφη και οριζόντια συμμετρία και τυχαία διέγερση.



Θεώρημα Μέγιστης Μεταφοράς Ισχύος

Θεωρούμε ένα συνδυασμό μιας πηγής τάσης σε σειρά με μια σταθερή αντίσταση (αν δεν είναι έτσι το αρχικό κύκλωμα, μπορεί να μετασχηματιστεί με θεώρημα Thevenin), που παρέχει ισχύ σε ένα φορτίο μεταβλητής αντίστασης. Για μέγιστη μεταφορά ισχύος στο φορτίο R_L , πρέπει $R_L = R_{Th}$



ΣΤΗΡΙΞΗ ΦΟΙΤΗΤΩΝ
Ε.Μ.Π. – Α.Ε.Ι. – Α.Τ.Ε.Ι. – Ε.Α.Π.
ΚΑΤΑΤΑΚΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Παρατήρηση : Στην περίπτωση μιγαδικών (σύνθετων) αντιστάσεων για μέγιστη μεταφορά ισχύος πρέπει $Z_L = Z_{Th}^*$, δηλαδή η Z_L να είναι ο συζυγής μιγαδικός της Z_{Th} .

3. ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

Η επίλυση ενός κυκλώματος οδηγεί πάντα στην εύρεση της τάσης και του ρεύματος σε κάθε κλάδο αυτού.

I. Μέθοδος των Απλών Βρόχων ή Μέθοδος Ρευμάτων Βρόχων

α) Κύκλωμα με ανεξάρτητες πηγές τάσης και ρεύματος.

α1) Εάν όλες οι πηγές ρεύματος μετατρέπονται σε πηγές τάσης, τότε τις μετατρέπουμε και στο ισοδύναμο κύκλωμα που περιέχει πλέον μόνο ανεξάρτητες πηγές τάσης εκτελούμε τα εξής βήματα:

i) Σε όλους τους m απλούς βρόχους ορίζουμε ρεύματα βρόχων i_1, i_2, \dots, i_m ομόστροφα (δεξιόστροφα ή αριστερόστροφα) για λόγους συμμετρίας.

ii) Γράφουμε τις εξισώσεις των απλών βρόχων σε μητρική μορφή.

iii) Λύνουμε το γραμμικό σύστημα που προκύπτει.

iv) Τα ρεύματα όλων των κλάδων υπολογίζονται από συνδυασμούς των βροχικών ρευμάτων και κατά συνέπεια οι τάσεις όλων των στοιχείων είναι γνωστές.

α2) Εάν τουλάχιστον μια πηγή ρεύματος δεν μετατρέπεται σε πηγή τάσης, τότε:

i) Στις θέσεις των πηγών ρεύματος που παρουσιάζεται το πρόβλημα, θεωρούμε «εικονικά» πηγές τάσεις με τιμές ίσες με τις αντίστοιχες τιμές που επικρατούν στα άκρα των μη μετατρέψιμων πηγών ρεύματος.

ii) Για κάθε «εικονική» πηγή τάσης εισάγουμε στη μητρική μορφή μια εξίσωση που περιγράφει την αντίστοιχη πηγή ρεύματος με ένα γραμμικό συνδυασμό των αγνώστων του προβλήματος, δηλαδή με ρεύματα βρόχων, αφαιρώντας κάθε φορά μια εξίσωση που περιέχει «εικονική» τάση.

iii) Λύνουμε το σύστημα που προκύπτει.

β) Κύκλωμα με ανεξάρτητες και εξαρτημένες πηγές τάσης και ρεύματος.

i) Τα εξαρτώμενα μεγέθη που εμφανίζονται στη μητρική μορφή τα εκφράζουμε με τους αγνώστους του προβλήματος, δηλαδή με τα ρεύματα βρόχων. Αυτό όμως έχει σαν αποτέλεσμα να εμφανίζονται αγνώστοι και στο 2^ο μέλος της μητρικής έκφρασης των εξισώσεων.

ii) Ανακατατάσσουμε τα στοιχεία των γραμμών των εξισώσεων ώστε οι αγνώστοι να εμφανίζονται μόνο στο αριστερό μέλος αυτών.

iii) Λύνουμε το σύστημα που προκύπτει.

II. Μέθοδος των Κόμβων ή Μέθοδος Τάσεων Κόμβων

α) Κύκλωμα με ανεξάρτητες πηγές ρεύματος και τάσης.

α1) Εάν όλες οι πηγές τάσης μετατρέπονται σε πηγές ρεύματος, τότε τις μετατρέπουμε και στο ισοδύναμο κύκλωμα που περιέχει πλέον μόνο ανεξάρτητες πηγές ρεύματος εκτελούμε τα εξής βήματα:

i) Ορίζουμε έναν κόμβο ως κόμβο αναφοράς. Παρά το γεγονός ότι αυτός μπορεί να εκλεγεί αυθαίρετα, σκόπιμο είναι να εκλέξουμε τον κόμβο που συνδέεται με τους περισσότερους κλάδους, γιατί έτσι θα προκύψουν απλούστερες εξισώσεις.

ii) Για τους υπόλοιπους $h=n-1$ κόμβους αφού τους αριθμήσουμε, ορίζουμε τάσεις v_1, v_2, \dots, v_h ως προς τον κόμβο αναφοράς.

iii) Γράφουμε τις εξισώσεις των κόμβων σε μητρική μορφή.

iv) Λύνουμε το γραμμικό σύστημα που προκύπτει.

v) Οι τάσεις όλων των κλάδων υπολογίζονται από συνδυασμούς των κομβικών τάσεων και κατά συνέπεια τα ρεύματα όλων των στοιχείων είναι γνωστά.

α2) Εάν τουλάχιστον μια πηγή τάσης δεν μετατρέπεται σε πηγή ρεύματος, τότε εργαζόμαστε όπως στο βήμα **α2)** της (M.A.B.) με τη διαφορά ότι όπου έχουμε πηγή τάσης τώρα έχουμε πηγή ρεύματος (και το αντίστροφο) και ότι οι αγνώστοι τώρα είναι οι κομβικές τάσεις.

β) Κυκλώματα με ανεξάρτητες και εξαρτημένες πηγές ρεύματος και τάσης. Εργαζόμαστε όπως στο βήμα **β)** της (M.A.B.) λαμβάνοντας υπόψη την προηγούμενη παρατήρηση.

Υπενθύμιση : Οι μέθοδοι επίλυσης που προηγήθηκαν ισχύουν και για σύνθετες αντιστάσεις Z.